

Spannungsanalytische Berechnungen mit dazugehörigen Parallelmessungen an Bruchmechanikproben

Von Miklos Prodan, Baden/Schweiz, und Georg Soyka, Dübendorf/Schweiz

Mit 7 Abbildungen und 2 Tabellen

(Eingelangt am 4. März 1986)

Zusammenfassung

Dieser Vortrag befaßt sich mit drei Beispielen zu der im Titel genannten Thematik. Dazu wurden eigene, fremde und Gemeinschaftsarbeiten benützt. Wegen der Fülle der behandelten Fragen wird eine kondensierte Darstellung mit Hinweisen auf Referenzen geboten. Als Beispiele werden eine neue K_{Ic} -Probe (genannt „Käseprobe“), eine neue K_{IIc} -/Mixed-Mode-Probe und eine bauteilähnliche Scheibe mit Oberflächenriß behandelt.

1. Beispiel K_{Ic} -Probe („Käseprobe“)

Um die Resultate vorwegzunehmen, betrachte man Tabelle 1.

Es stellt sich die Aufgabe der Kalibrierung einer neuen Probenform für bruchmechanische Untersuchungen [1]. Die Probenform erinnert an einen angeschnittenen Laib Käse, was zur Bezeichnung „Käseprobe“ führte. Finite-Elemente-(FE-)Berechnungen, spannungsoptische Untersuchungen am Modell und zerstörende, bruchmechanische Untersuchungen mit Proben aus einem hoch- und aus einem mittelfesten Stahl dienten zur Bestimmung der Korrekturfunktion $f(a/W)$. Diese lag zum Schluß in Form eines Polynoms 4. Ordnung gemäß Tabelle 1 vor. Abb. 1 zeigt das photoelastische Modell (Werkstoff Araldit CT 200), eingebaut in der Belastungsvorrichtung. Das Modell wurde in der gezeigten Art belastet und einem Wärmebehandlungsverfahren, entsprechend dem spannungsoptischen Erstarrungsverfahren, unterworfen.

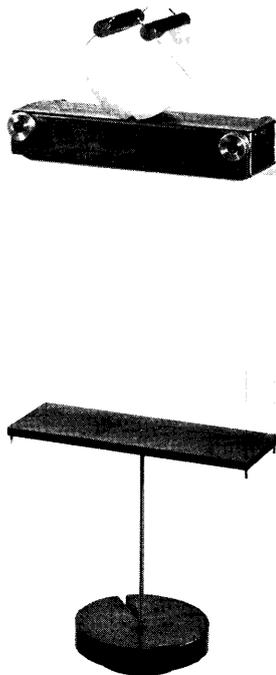


Abb. 1. „Käseprobe“ – Spannungsoptisches Modell, eingebaut in der Belastungsvorrichtung

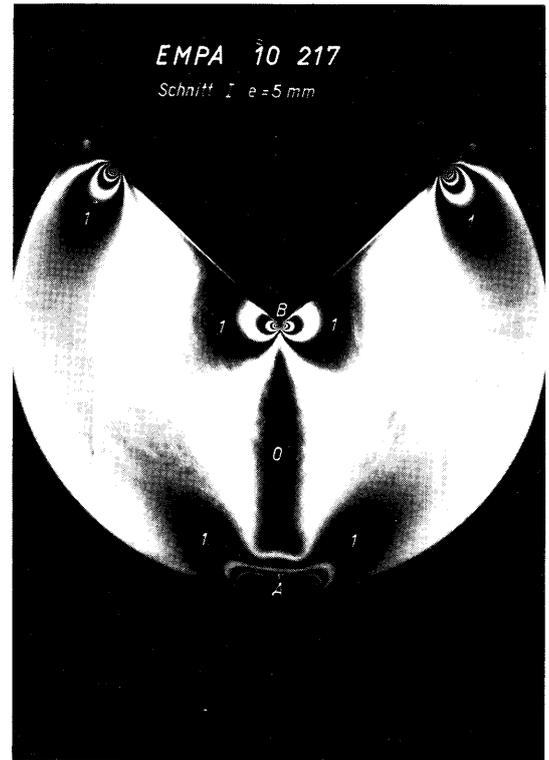


Abb. 2. „Käseprobe“ – Bild der Isochromaten in einem Schnitt des spannungsoptischen Modells

Die Konkavität im Auflagerbereich war notwendig, um für das angewandte Auswerteverfahren (Schubspannungsdifferenzen-Verfahren) eine eindeutige Randbedingung zur Verfügung zu stellen. Aus dem Modell wurden Schnitte entnommen (siehe z.B. Abb. 2) und daraus die notwendigen Daten für eine dreidimensionale Auswertung bestimmt. Die Auswertung wurde entlang der Symmetrieebene vorgenommen, begonnen wurde im Auflagerbereich.

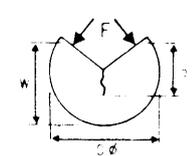
Die FE-Berechnungen wurden für sechs verschiedene Rißlängen unter der Voraussetzung eines ebenen Spannungszustands und linear-elastischen Werkstoffverhaltens durchgeführt. Weitere Einzelheiten dazu findet man in [1].

Am Rande sei vermerkt, daß die „Käseprobe“ in Ungarn für Gesteinsuntersuchungen aus Bohrkernen verwendet wird. Allerdings wurde der Name – einer dortigen Delikatesse entsprechend – auf „Pogatsche“ abgeändert.

2. Beispiel K_{IIc} -/Mixed-Mode-Probe (CTS-Probe)

Dieser Probekörper wurde etwa ein Jahrzehnt später als die Käseprobe an der Universität Kaiserslautern von Richard entwickelt [2]. Die globale Vorgehens-

Tabelle 1. Daten und Ergebnisse zu Beispiel 1

Bezeichnung	Form	Masse	Kalibrierung
Käse-Probe EMPA		$t \geq 2,5 \left(\frac{K_{Ic}}{R_{p0,2}} \right)^2$ $a = 1,9 \left(\frac{K_{Ic}}{R_{p0,2}} \right)^2$ $t = 0,45 D$ $W = 0,80 D$	$K_I = \frac{F}{t\sqrt{W}} f(\lambda), \lambda = \frac{a}{W}$ $f(\lambda) = 2\sqrt{\lambda} [172,43 - 1491,34 \lambda + 4928,27 \lambda^2 - 7193,96 \lambda^3 + 3945,34 \lambda^4]$ $0,4 \leq \lambda \leq 0,525$

weise der Kalibrierung war derjenigen bei der Käseprobe ähnlich; in Einzelheiten ergaben sich aus dem Fortschritt, welcher in den letzten zehn Jahren erreicht wurde, selbstverständlich Unterschiede. Ein solcher Unterschied gegenüber anno dazumal ist zum Beispiel, daß man sich heutzutage nebst dem dominierenden Mode-I-Problem auch Mixed-Mode- oder Mode-II-Problemen zuwendet.

Für die Berechnung der Spannungsintensitätsfaktoren wurden die an der Universität Kaiserslautern entwickelten Programmsysteme PLAHY und BASFEA verwendet. Diese Programme lieferten außer den Spannungen und Verschiebungen auch unmittelbar die Spannungsintensitätsfaktoren K_I und K_{II} .

Abb. 3 zeigt das FE-Netz für die CTS-Bruchmechanikprobe $a/W = 0,55$ mit einem Hybridelement an der Rißspitze und 411 Verschiebungselementen in Dreiecksform.

In Abb. 4 ist dann die Probengeometrie mit den charakteristischen Abmessungen angegeben. Die CTS-Probe besitzt sechs Bohrungen, in denen die Kräfte entsprechend den Pfeilen $F_4 \dots F_9$ angreifen. Die Belastung der Probe wird über eine Belastungsvorrichtung im Zugversuch vorgenommen (Abb. 5). Belastungsvorrichtung und Probe sind durch sechs Bolzen verbunden, wobei eine geeignete Anordnung von Langlöchern in der Belastungsvorrichtung zur gewünschten Lastübertragung zwischen Vorrichtung und Probe führt.

Wird die Kraft F in Abb. 5 nicht unter $\alpha = 45^\circ$, sondern unter $\alpha = 90^\circ$ eingeleitet, so stellt sich im Rißquerschnitt eine reine Schubbeanspruchung bzw. am Riß eine reine Mode-II-Beanspruchung ein. Die in Abb. 5 gezeigte Kräfteinleitung F unter $\alpha = 45^\circ$ illustriert Mixed-Mode-Verhältnisse ($\alpha = 0^\circ$ würde reinem Mode I entsprechen).

Abb. 6 gibt schließlich die Resultate der Kalibrierung der CTS-Probe an, wie sie mit FE-Berechnungen ermittelt wurde. Als Ordinate sind die Werte der Korrekturfunktion oder dimensionslose Spannungsintensitätsfaktoren in Abhängigkeit vom Lasteinleitungswinkel α und dem Verhältnis a/W dargestellt.

Mit der CTS-Probe wurden ebenfalls spannungsoptische Untersuchungen durchgeführt. Die spannungsoptische Ermittlung der Spannungsintensitätsfaktoren K_I und K_{II} erfolgte gemäß einem Verfahren nach Sanford und Dally [3]. Vergleiche der spannungsoptischen Resultate mit Ergebnissen der Berechnungen ergaben meist Abweichungen von weniger als 3%.

3. Beispiel bauteilähnliche Scheibe mit Oberflächenriß

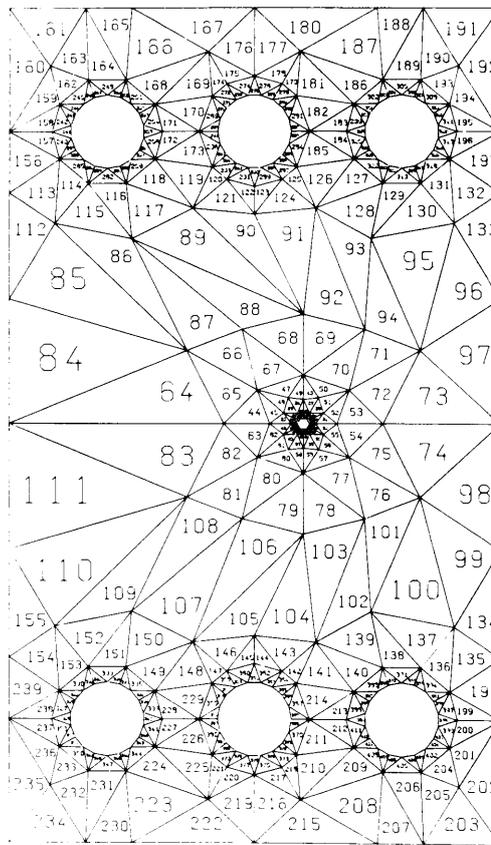
Hier stellt sich die Aufgabe, eine bruchmechanische Analyse an einem bauteilähnlichen Modellfall durchzuführen (Abb. 7). Die Bruchmechanik ermöglicht es, Parameter, wie z. B. den bereits erwähnten Spannungsintensitätsfaktor K_I oder das sogenannte J -Integral, zur Charakterisierung des Belastungszustandes von Rissen zu berechnen. Diese werden bei Nachweis der Bruchsicherheit durch bruchmechanische Analysen benützt. Hierzu gibt es heute Rechnerprogramme, welche die Berechnung von K_I und J für zahlreiche Rißkonfigurationen und Lastfälle erlauben.

Wie dies geschieht, sei anhand von Abb. 7 angedeutet. Für diese Konfiguration kann der Spannungsintensitätsfaktor K_I numerisch berechnet werden:

$$K_I = \frac{\sigma \sqrt{\pi a}}{\Phi} F \left(\frac{a}{c}, \varphi, \frac{a}{t} \right); \quad \frac{h}{W} \geq 1; \quad \frac{c}{W} \leq 0,25, \quad (1)$$

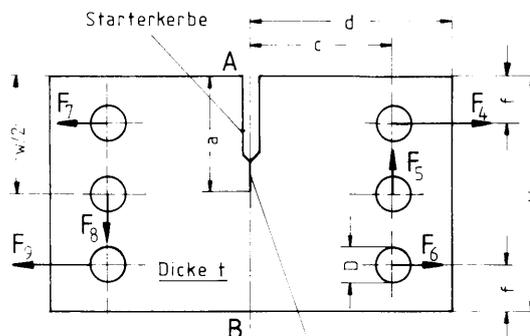
$$\Phi = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\sin^2 \varphi + \left(\frac{a}{c} \right)^2 \cos^2 \varphi \right)^{\frac{1}{2}} d\varphi. \quad (2)$$

Die Symbole von (1) und (2) sind mit Hilfe von Abb. 7 zu entschlüsseln. Werte der Korrekturfunktion $F(a/c, \varphi, a/t)$ sind nach dreidimensionalen, linear-elastischen FE-Berechnungen von Raju und Newman in Tabelle 2 enthalten.



Spannungsanalytische Berechnungen mit dazugehörigen Parallelmessungen an Bruchmechanikproben

Abb. 3. Finite-Elemente-Netz für die CTS-Probe



- $0,6w \leq a \leq 0,7w$
- $d = 0,85w$
- $c = 0,60w$
- $f = 0,20w$
- $D = 0,15w$

Schwingungsanriß

Abb. 4. CTS-Probe, geeignet für die Bestimmung der Bruchzähigkeit oder Bruchgrenzen bei Mixed-Mode-, Mode-I- und Mode-II-Beanspruchung

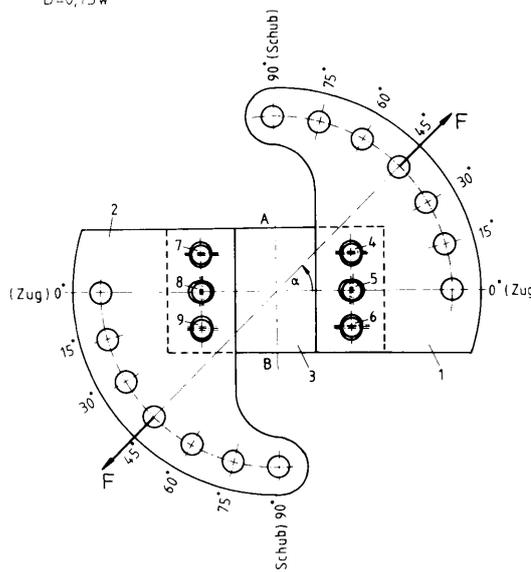


Abb. 5. Belastungsvorrichtung für die CTS-Probe. Man beachte die Langlöcher 4... 9 für die Kräfteübertragung

Spannungsanalytische Berechnungen mit dazugehörigen Parallelmessungen an Bruchmechanikproben

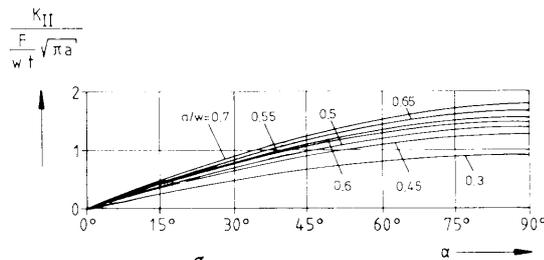
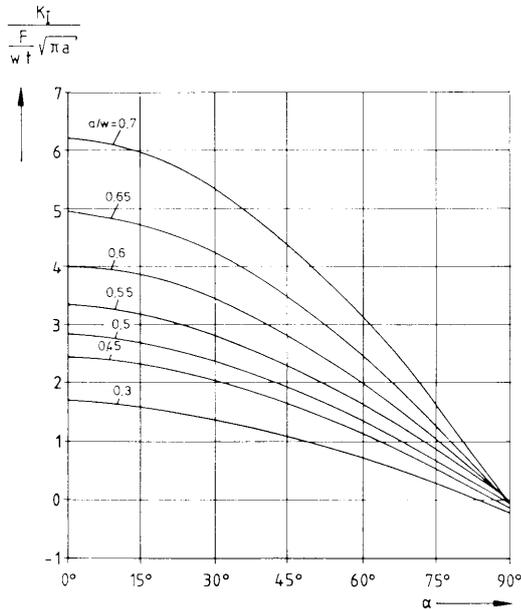


Abb. 6. Spannungsintensitätsfaktoren für die CTS-Probe in Abhängigkeit vom Kräfteinleitungswinkel α und dem Verhältnis a/W

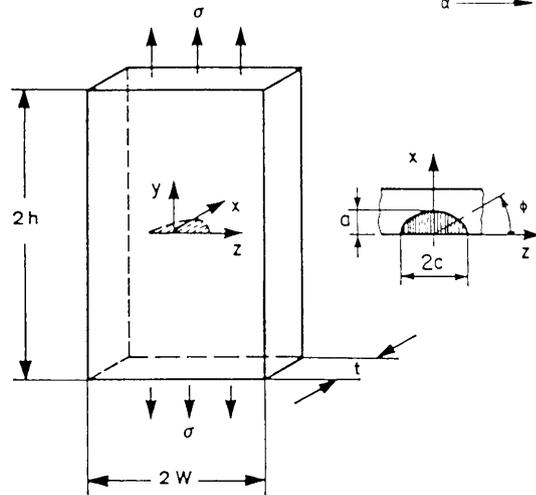


Abb. 7. Halbelliptischer Oberflächenriß in einer auf Zug beanspruchten Scheibe

Eine leicht programmierbare zweidimensionale Lagrange-Interpolation (Programm INTERP) liefert die Korrekturfunktion $F(a/c, \phi, a/t)$ auch für alle dazwischenliegenden Fälle, die in Tabelle 2 nicht direkt angegeben sind.

Im speziellen möchten wir auf die Praxisrelevanz des halbelliptischen Oberflächenrisses hinweisen. Der halbelliptische Oberflächenriß kommt in den bruchmechanischen Konzepten überall dort (z. B. ASME-Code) vor, wo die Sicherheit einer Anlagenkomponente, z. B. gegen Spröbruch und Ermüdung, beurteilt werden muß. Unter Scheibe wird bei diesem Beispiel ein plattenähnlicher Körper verstanden, der durch Kräfte senkrecht zur Dicke beansprucht wird. Selbstverständlich liegen auch ähnliche Resultate für biegebeanspruchte Platten mit Oberflächenriß und andere typische Rißkonfigurationen der Anlagenkomponenten vor.

Die Ergebnisse können für folgende Aufgaben eingesetzt werden: Bestimmung kritischer Rißgrößen; Berechnung kritischer Belastungen; Ermittlung der erforderlichen Zähigkeiten; Voraussagen des unterkritischen Rißwachstums und Aufstellung von Prüf- anordnungen.

Als Werkstoff für die im Rahmen der Referenzarbeit [4] gemachten Experimente diente der ferritisch-perlitische Feinkornbaustahl BH 43 W (St. E. 43). Zur Referenzarbeit [4] sei weiterhin angemerkt, daß dort ein rechnerisch-experimentelles Hybridverfahren zur Bestimmung des Ermüdungsverhaltens bauteilähnlicher Scheiben entwickelt wurde. Das Ermüdungsrißwachstum wurde an Scheiben nach Abb. 7 untersucht. Solche Scheiben wurden für die experimentellen Untersuchungen mit diversen Detektoren, wie Rißwachstumsfolie, Dehnmeßstreifen, Rißdetektor usw., instrumentiert.

Ein unerwünschtes Ausbiegen der Scheiben wurde durch „on line“ geführte Dehnungsmessungen kontrolliert und konnte weitgehend in engen Grenzen gehalten werden. Weitere meßtechnische Aspekte der Arbeit entnehme man dem Anhang von [4].

Im wesentlichen behandelt [4] Fragen der Übertragbarkeit von Versuchsergebnissen auf Bauteile und bedient sich dabei bekannter Bruchmechanikkonzepte.

4. Schlußbemerkungen

Der vorliegende Vortrag beschrieb anhand dreier lose aufeinanderfolgender Beispiele einige aktuelle Aspekte der Bruchmechanik. Die Autoren waren bei zwei Beispielen an den besprochenen Arbeiten maßgebend beteiligt, bei einem Beispiel kamen sie eher zufällig mit der Thematik in Berührung. Bei der Zusammenstellung des Vortragsstoffes wurde speziell auf die Spannungs- bzw. Dehnungsanalyse Wert gelegt.

Tabelle 2. Werte der Korrekturfunktion $F(a/c, \phi, a/t)$ nach den dreidimensionalen FE-Berechnungen von Raju und Newman für den Oberflächenriß in einer zugbeanspruchten Scheibe

a/c	a/t	ϕ (°)									
		0,00	11,25	22,50	33,75	45,00	56,25	67,50	78,75	90,00	
0,20	0,20	0,617	0,650	0,754	0,882	0,990	1,072	1,128	1,161	1,173	
0,40	0,20	0,767	0,781	0,842	0,923	0,998	1,058	1,103	1,129	1,138	
0,60	0,20	0,916	0,919	0,942	0,982	1,024	1,059	1,087	1,104	1,110	
1,00	0,20	1,174	1,145	1,105	1,082	1,067	1,058	1,053	1,050	1,049	
2,00	0,20	0,821	0,749	0,740	0,692	0,646	0,599	0,552	0,512	0,495	
0,20	0,40	0,724	0,775	0,883	1,009	1,122	1,222	1,297	1,344	1,359	
0,40	0,40	0,896	0,902	0,946	1,010	1,075	1,136	1,184	1,214	1,225	
0,60	0,40	1,015	1,004	1,009	1,033	1,062	1,093	1,121	1,139	1,145	
1,00	0,40	1,229	1,206	1,157	1,126	1,104	1,088	1,075	1,066	1,062	
2,00	0,40	0,848	0,818	0,759	0,708	0,659	0,609	0,560	0,519	0,501	
0,20	0,60	0,899	0,953	1,080	1,237	1,384	1,501	1,581	1,627	1,642	
0,40	0,60	1,080	1,075	1,113	1,179	1,247	1,302	1,341	1,363	1,370	
0,60	0,60	1,172	1,149	1,142	1,160	1,182	1,202	1,218	1,227	1,230	
1,00	0,60	1,355	1,321	1,256	1,214	1,181	1,153	1,129	1,113	1,107	
2,00	0,60	0,866	0,833	0,771	0,716	0,664	0,610	0,560	0,519	0,501	
0,20	0,80	1,190	1,217	1,345	1,504	1,657	1,759	1,824	1,846	1,651	
0,40	0,80	1,318	1,285	1,297	1,327	1,374	1,408	1,437	1,446	1,447	
0,60	0,80	1,353	1,304	1,265	1,240	1,243	1,245	1,260	1,264	1,264	
1,00	0,80	1,464	1,410	1,314	1,234	1,193	1,150	1,134	1,118	1,112	
2,00	0,80	0,876	0,839	0,775	0,717	0,661	0,607	0,554	0,513	0,496	

Die Autoren danken Herrn Dr. V. Esslinger, Leiter der Abteilung Ermüdungs- und Spannungsanalyse der EMPA, in dessen Abteilung die Experimente zu den Beispielen 1 und 3 durchgeführt wurden. Privatdozent Dr. H. A. Richard von der Universität Kaiserslautern stellte Unterlagen zu Beispiel 2 zur Verfügung, ihm gilt dafür ein besonders herzlicher Dank.

Schrifttum

- [1] Erismann, T. H., und M. Prodan: Ein neuartiger Probekörper für bruchmechanische Untersuchungen. *Materialprüfung*, 18. Jg. (1976), Nr. 1.
- [2] Richard, H. A.: Bruchvorhersagen bei überlagerter Normal- und Schubbeanspruchung sowie reiner Schubbelastung von Rissen. *Habilitationschrift*, Kaiserslautern, 1984.
- [3] Sanford, R. J., und J. W. Dally: A general method for determining mixed-mode stress intensity factors from isochromatic fringe patterns. *Enging. Fract. Mech.*, Vol. 11 (1979), S. 621 ... 633.
- [4] Prodan, M.: Ein bruchmechanisch abgestütztes Verfahren zur Bestimmung des Ermüdungsverhaltens bauteilähnlicher Scheiben. *EMPA-Bericht Nr. 213*, Dübendorf, 1983.

Miklos Prodan,
Motor-Columbus Ingenieurunternehmung AG,
CH-5401 Baden/Schweiz

Georg Soyka,
Eidgenössische
Materialprüfungs- und Versuchsanstalt,
CH-8600 Dübendorf/Schweiz

**Spannungsanalytische
Berechnungen
mit dazugehörigen
Parallelmessungen an
Bruchmechanikproben**